Gymnasium der Stadt Meschede

Schulinternes Curriculum Mathematik

Teil 3: Unterrichtsvorhaben in der Sekundarstufe II

Fachschaft Mathematik
03.06.2025

10.1 Unterrichtsvorhaben in der Sekundarstufe II

Hinweis:

Die fünf Kompetenzbereiche werden wie folgt abgekürzt:

- *Ope – Operieren*
- *Mod – Moderieren*
- *Pro – Problemlösen*
- *Arg – Argumentieren*
- *Kom - Kommunizieren*

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Klasse 11 (Einführungsphase)

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Funktionen – Bekanntes und Neues* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: Lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, trigonometrische Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x\to\pm\infty$ • Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung **Zeitbedarf**: 20 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema**: *Ganzrationale Funktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x\to\pm\infty$ • Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung **Zeitbedarf**: 14 Std.	*Unterrichtsvorhaben III:* **Thema**: *Ableitung* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente • Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte **Zeitbedarf**: 18 Std.
Unterrichtsvorhaben IV: **Thema**: *Untersuchung von Funktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte **Zeitbedarf**: 20 Std.	*Unterrichtsvorhaben V:* **Thema**: *Vektoren* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte** • Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren • Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar • Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben VI:* **Thema**: *Geraden im Raum* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Geraden und Strecken: Parameterform • Lagebeziehungen von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend • Schnittpunkte: Geraden **Zeitbedarf**: 15 Std.

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben (Klasse 11 (Einführungsphase))

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF**
UV I	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel I**
Funktionen – Bekanntes und Neues **20 UE**	**Funktionen und Analysis** (1) bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion) (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter	Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - zielgerichteten Variieren von Parameter von Funktionen, - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Arg-2 unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,	*Zur Umsetzung* • Die Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten werden mithilfe eines MMS untersucht und systematisiert (Verlauf, Symmetrie, besondere Punkte, Definitions- und Wertebereich, Verhalten für $x \to \pm\infty$). Dabei spielen Darstellungswechsel eine besondere Rolle. Unter Berücksichtigung von bekannten und neu eingeführten Fachbegriffen und logischen Strukturen werden Zusammenhänge erkundet und erklärt. Die Kompetenzen im Bereich der Bildungs- und Fachsprache lassen sich sprachsensibel weiterentwickeln. • Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung und Wiederholung der elementaren Bedienkompetenzen des MMS gerichtet werden, wobei der Fokus auf der Darstellung von Graphen inklusive Einstellungen sowie auf der Erstellung von Wertetabellen liegt	**1** Funktionen **2** Lineare und quadratische Funktionen **3** Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten **4** Potenzfunktionen mit negativem Exponenten **5** Transformationen **6** Trigonometrische Funktionen

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter. Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF**
UV II	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel II**
Ganzrationale Funktionen **14UE**	**Funktionen und Analysis** (2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen	Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen, - erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein	*Zur Umsetzung* • Ausgehend von den Potenzfunktionen werden die ganzrationalen Funktionen definiert und ihre Eigenschaften untersucht. Mithilfe des Graphen werden schon in diesem Unterrichtsvorhaben Monotonie und (lokale) Extrempunkte fachsprachlich eingeführt und anschaulich diskutiert. Im Rahmen der Nullstellenberechnung werden algebraische Rechentechniken der SI ohne Hilfsmittel wiederholt und erweitert. Verschiedene Wege zur Berechnung der Nullstellen werden verglichen und beurteilt, dabei auftretende Fehler werden analysiert. Auch die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. • Der entdeckende Einstieg in das Thema mithilfe eines MMS kann mit einem anwendungsbezogenen Kontext (z.B. „Temperaturmittelwerte im Jahresverlauf“ oder „Sonnenscheindauer“) erfolgen, bei dem die aus der SI bekannte Sinusfunktion wiederholt und in Bezug auf Fachbegriffe (Amplitude, Periode) fundiert wird. Die Transformationen (Verschiebung und Streckung jeweils in Richtung beider Achsen) werden anknüpfend an eine Systematisierung und ausgehend von den quadratischen Funktionen (Scheitelpunktform) auf die Sinusfunktion und auf Potenzfunktionen übertragen. Dabei wird der Einfluss der Parameter auf die Eigenschaften dieser	**1** Ganzrationale Funktionen **2** Grenzverhalten ganzrationaler Funktionen **3** Symmetrie von Graphen **4** Nullstellen einer ganzrationalen Funktion

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit	Funktionen erkundet. Erweitert wird das Thema der Transformationen noch um die Spiegelungen an den Koordinatenachsen. • Bei Transformationen ganzrationaler Funktionen werden die Auswirkungen auf die im vorherigen Unterrichtsvorhaben betrachteten Eigenschaften sowie auf Extrempunkte untersucht. Für algebraische Operationen und graphische Darstellungen wird in diesem Unterrichtsvorhaben zunehmend ein MMS verwendet.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF
UV III Ableitung	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel III**
18 UE	**Funktionen und Analysis** (5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sach-kontext (6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen (7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim\limits_{x\to\cdots} f(x)$ (8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel (10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) (11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten	Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen	*Zur Umsetzung* • In verschiedenen Anwendungskontexten (z.B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, …) werden durchschnittliche Änderungsraten, durchschnittliche Steigungen und anknüpfend daran Sekanten betrachtet, berechnet und im Kontext interpretiert. Dabei werden quadratische Funktionen als Weg-Zeit-Funktion bei Fall-, Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet. Neben zeitabhängigen Vorgängen sollen auch Steigungen und Steigungswinkel in realen Sachkontexten (z.B. Brückenbögen, Gebäudeteile, Trassenführungen, Seilbahnen) betrachtet werden. • Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird in den eingeführten Sachzusammenhängen vorstellungsgebunden genutzt. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät (z.B. mithilfe eines Lasers) ermittelten Geschwindigkeit genutzt. • Ein MMS wird zur numerischen und graphischen Darstellung des Grenzüberganges von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente (Zoomen) eingesetzt. Hierbei wird die Limes-Schreibweise verwendet. Der Begriff der Tangente wird in Abgrenzung zu den in der	**1** Mittlere Änderungsrate - Differenzenquotient **2** Momentane Änderungsrate - Ableitung **3** Die Ableitungsfunktion **4** Ableitungsregeln **5** Tangente und Normale

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

	(14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln	Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit	SI aufgebauten Vorstellungen problematisiert und analytisch definiert. • Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. • Anschließend wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für geeignete einfache Funktionen werden der Grenzübergang bei der „h-Methode“ unter Verwendung der Limesschreibweise exemplarisch durchgeführt und erste Ableitungsfunktionen berechnet. • Um die Ableitungsregel für (höhere) natürliche Potenzen zu vermuten, nutzen die Schülerinnen und Schüler ein MMS. Die Potenzregel für Ableitungen wird formuliert. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert hier besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Argumentierens. • Anhand von innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben vertiefen die Schülerinnen und Schüler abschließend ihre erworbenen Kompetenzen und berechnen Gleichungen von Sekanten, Tangenten und Normalen sowie Steigungswinkel.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF**
UV IV	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel IV**
Untersuchung von Funktionen **20 UE**	**Funktionen und Analysis** (12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung (15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich (16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten (17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,	*Zur Umsetzung* • Die Beschäftigung mit ganzrationalen Funktionen vom Grad größer gleich drei erfordert auf der rechnerischen Ebene die Anwendung der Summen- und Faktorregel für Ableitungen, von denen mindestens eine bewiesen werden sollte. • Durch gleichzeitiges Visualisieren einer Ausgangsfunktion und ihrer Ableitungsfunktion entdecken die Lernenden die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten der beiden Graphen, woran im Folgenden angeknüpft wird. • Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und den Nullstellen ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der möglichen Fälle bezogen auf Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung vertieft untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen mithilfe von notwendigen und hinreichenden Bedingungen zu argumentieren. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms (Globalverhalten, Symmetrie) argumentieren. Dieses führt auch zur Unterscheidung von lokalen und globalen Extremstellen.	**1** Monotonie **2** Extremstellen - Vorzeichenwechselkriterium **3** Extremstellen und zweite Ableitung **4** Krümmungsverhalten **5** Wendestellen **6** Funktionen in Sachzusammenhängen

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik und stellen charakteristisch sind, begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch)	• Ausgehend von graphischen Darstellungen schließen sich Untersuchungen zum Krümmungsverhalten und damit die Betrachtung von Wendestellen an. Höhere Ableitungen werden auch im Rahmen von hinreichenden Bedingungen zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen genutzt. Beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen werden die erworbenen Kompetenzen vernetzt und vertieft.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-11 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, Kom-13 vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwar-tungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF
UV V **Vektoren** **9 UE**	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel V**
	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar, (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit, (4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras, (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität, (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach. (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge	Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum Darstellen von geometrischen Situationen im Raum, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle , Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen	*Zur Umsetzung* • An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z.B. Quader) wiederholen die Schülerinnen und Schüler die aus der Sekundarstufe I bekannten Schrägbilder und nutzen ein MMS, um unterschiedliche Schrägbilder darzustellen und hinsichtlich ihrer Wirkung zu beurteilen. • Parallel zur Entwicklung einer angemessenen Raumvorstellung wird auch an der Entwicklung einer adäquaten Symbolsprache gearbeitet. Die Informationen dazu (Darstellung mit Ortsvektoren und Verschiebungsvektoren) kommen von der Lehrkraft und werden von den Schülerinnen und Schülern im Rahmen von Aufgaben angewendet. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. • Verkettungen von Verschiebungen führen graphisch und algebraisch zur Vektoraddition und Multiplikation mit einem Skalar. • Mithilfe von Vektoren werden Punkte und Strecken (z.B. Mittelpunkte, Schnittpunkte, Diagonalen, Kanten) geometrischer Figuren in unterschiedlichen Darstellungsformen ermittelt und Eigenschaften geometrischer Figuren (Viereckstypen) und besonderer Punkte (z.B. Teilungsverhältnis) nachgewiesen. Dabei wird auch der Begriff Kollinearität	**1** Punkte und Figuren im Raum **2** Vektoren **3** Rechnen mit Vektoren

		und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten , Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit , Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.	eingeführt und verwendet. Die Länge einer Strecke wird mithilfe des Satzes des Pythagoras bestimmt. *Materialhinweis:* • Die Koordinatisierung des Raumes kann z.B. gewinnbringend im Kontext einer Spidercam-Steuerung entwickelt bzw. vertieft werden. (vgl. SINUS-Materialien zur Spidercam) *Vernetzung:* • Physik: Kräfte und ihre Addition	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**		**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer EF**	
UV VI **Geraden im Raum** **15 UE**	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….			**Kapitel VI**	
	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinaten-system dar (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sach-kontexten als Geschwindigkeit (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (7) stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar (8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, (9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von in-	Ope-2 Ope-3 Ope-4 Ope-7 Ope-11 Ope-12 Ope-14 Mod-1 Mod-2 Mod-5 Mod-6 Mod-7 Mod-8	übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem[1] (MMS) zum … - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge, erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen, benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit	*Zur Umsetzung* • In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösungen mit prozessbezogenen Zielen zu verbunden: 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen. • Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug MMS zurückgreifen und dessen Grenzen ausloten. Bei aufwendigeren Problemen soll dieser Teil der Lösung bewusst ausgeklammert werden. • Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten. *Zur Erweiterung und Vertiefung* • Bei Beweisaufgaben, in denen die prozessbezogenen Kompetenzen des Argumentierens und Problemlösens zusammengeführt werden müssen, sollen die Schülerinnen und Schüler auch	**1** **2** **3** **4**	Geraden Im Raum Eine Gerade – mehrere Parametergleichungen Gegenseitige Lage von Geraden Modellieren von Bewegungen durch Geraden

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

	nermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen (12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge	Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-11 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.	Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und z.T. selbst vornehmen.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Klasse 12/13 (Qualifikationsphase)

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben (LK)

Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Fortsetzung der Differenzialrechnung* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) • Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen **Zeitbedarf**: 30 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema**: *Integralrechnung* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung **Zeitbedarf**: 35 Std.	*Unterrichtsvorhaben III:* **Thema**: *Exponentialfunktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen **Zeitbedarf**: 25 Std.
Unterrichtsvorhaben IV: **Thema**: *Weitere Funktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) • Funktionen: Sinusfunktionen der Form $f(x)=a \sin(bx+c)+d$ und entsprechende Kosinusfunktion • Fortführung der Differentialrechnung: Kettenregel, Funktionsscharen **Zeitbedarf**: 25 Std.	*Unterrichtsvorhaben V:* **Thema**: *Vektoren, Geraden und Winkel* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte** • Vektoroperation: Skalarprodukt • Schnittwinkel: Geraden **Zeitbedarf:**15 Std.	*Unterrichtsvorhaben VI:* **Thema**: *Ebenen* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor • Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen • Schnittpunkte: Geraden und Ebenen • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 25 Std.

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

<u>*Unterrichtsvorhaben VII:*</u> **Thema**: *Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen) **Zeitbedarf**: 30 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VIII:*</u> **Thema**: *Statistik und Wahrscheinlichkeit* **Inhaltsfeld**: Stochastik **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen **Zeitbedarf**: 30 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben IX:*</u> **Thema**: *Binomialverteilung* **Inhaltsfeld**: Stochastik **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen • Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme • Binomialverteilung: Binomialkoeffizient **Zeitbedarf: GK:** 25 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben X:*</u> **Thema**: *Prognoseintervalle - Konfidenzintervalle - Normalverteilung* **Inhaltsfeld**: Stochastik **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Binomialverteilung: σ-Regeln • Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang • Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve"), Parameter μ und σ, Graph der Verteilungsfunktion **Zeitbedarf**: 25 Std.		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben (Klasse 12/13 (Qualifikationsphase))

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV I - LK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel I**
Fortsetzung der Differentialrechnung **30 UE**	(1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel (2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen (…) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, (…) sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten (…) (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen (…) im Kontext der Fragestellung (8) deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen (23) lösen innermathematische und anwen dungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktio	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern, – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen, – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Ope-14 reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge,	Zur Reaktivierung der Vorkenntnisse der Differentialrechnung werden Funktionen vierten Grades untersucht. Dies umfasst insbesondere das hilfsmittelfreie Lösen von biquadratischen Gleichungen. Als Einstieg bei Extremwertproblemen hat sich z.B. die Optimierung einer offenen Schachtel, die aus einem DIN-A4-Papier gefaltet wird, bewährt. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen bei Optimierungsproblemen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege entwickeln. In diesem Rahmen werden grundlegende Inhalte der Einführungsphase integrierend wiederholt. An mindestens einem Problem im Sachzusammenhang entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Mindestens ein Verpackungsproblem (optimale Verpackung) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. In diesen Kontexten entstehen auch Zielfunktionen, die nicht rein ganzrational sind. In diesem Zusammenhang entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$. Komplexere Funktionen können mithilfe eines MMS untersucht werden. Anschließend wird als Exkurs exemplarisch die Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs als Umkehrfunktion betrachtet.	**1** Wiederholung: Funktionen untersuchen **2** Substitution **3** Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen **4** Ganzrationale Funktionen bestimmen **5** Funktionen mit Parametern untersuchen **6** Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion **7** Potenzfunktionen ableiten

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
	nen, (…)	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen, Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung,	Mit vorgegebenen ganzrationalen Funktionen mit Parametern (Funktionsscharen) werden anknüpfend innermathematische Situationen (Funktionsscharen) und anwendungsbezogene Kontexte mit Parametern (z.B. Brücken, Gebäude, Flugbahnen) untersucht, bei denen Extrempunkte eine Rolle spielen. Hierbei können die Inhalte der Analysis aus der EF aufgegriffen und vertieft werden. Ein MMS wird zum Variieren von Parametern aber auch zum Lösen von Gleichungen mit Parametern verstärkt genutzt. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten mit und ohne Anwendungsbezug werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkte auf dem Graphen, Symmetrien, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) lineare Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, die Angemessenheit der Modellierung zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Aufgaben im Anwendungskontext, die Anschlussbedingungen (z.B. knickfrei, ruckfrei) berücksichtigen, lassen sich zum Beispiel bei der Trassierung von Bahngleisen/Straßen finden. Durch die Wahl geeigneter Modellierungen, z.B. Anstieg des Meeresspiegels, können auch Themen aus dem Kontext Bildung für nachhaltige Entwicklung in diesem Unterrichtsvorhaben integriert werden. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, ein MMS zunächst als Blackbox zum Lösen von linearen Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen zum Zweck der Validierung zu verwenden.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent. Kom-13 vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität, Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten.	Anschließend werden mithilfe von Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$+c sowie entsprechenden Kosinusfunktionen periodische Situationen (z.B. Sonnenscheindauer im Jahresverlauf) wiederholend modelliert. Dabei sollen die einzelnen Parameter mit und ohne MMS bestimmt werden.	

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV II - LK **Integral-rechnung** **35 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen") im Kontext der Fragestellung (14) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe (15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (16) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion (17) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs (18) begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an (19) bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, nutzen vorgegebene Stammfunktionen (…) (20) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen (21) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen, Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation,	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Ausgehend von der Rekonstruktion eines Bestandes beziehungsweise der Flächeninhaltsfunktion und der Definition des Integrals wird der Begriff der Integralfunktion Ia für einen Anfangswert a erschlossen. Die Vermutung, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion ist, wird durch geometrisch-anschauliche Überlegungen begründet und damit der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aufgestellt. Die Bedeutung des Hauptsatzes und seine Anwendung werden in verschiedenen Kontexten vertieft. Die Regeln zum Ermitteln von Funktionstermen von Stammfunktionen werden für ganzrationale Funktionen von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbständig erarbeitet. Die gewonnenen Erkenntnisse werden auf weitere innermathematische bzw. anwendungsorientierte Situationen übertragen, die auch Flächen zwischen Funktionsgraphen umfassen. Bei geeigneten Problemstellungen werden die Intervalladditivität und Linearität des Integrals thematisiert. Geeignete Problemstellungen werden in diesem Unterrichtsvorhaben auch ohne Hilfsmittel bearbeitet.	**Kapitel II** **1** Rekonstruktion einer Größe **2** Das Integral **3** Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung **4** Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen **5** Integral und Flächeninhalt **6** Unbegrenzte Flächen - Uneigentliche Integrale **7** Volumen von Rotationskörpern

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

	(22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen	Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Ta-belle, experimentelle Verfahren), Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Pro-13 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-2 unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind,		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-10 konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter. Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, Kom-13 vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen		

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV III - LK **Exponentialfunktionen** **25 UE**	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel III**
	(3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (…), der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (…), Exponentialfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion (…) (10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion (f'=f) (11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung (12) untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich (13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktio-	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Ope-14 reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung,	Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer wiederholenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Mit einem MMS entdecken die Lernenden die Proportionalität der Änderungsrate zum Bestand. Anschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich für die Eulersche Zahl als Basis der Proportionalitätsfaktor eins bzw. die Übereinstimmung von Funktion und Ableitungsfunktion. Mithilfe des natürlichen Logarithmus können nun allgemeine Exponentialfunktionen geschrieben werden in der Form $f(x) = a \cdot e^{\ln(q) \cdot x}$ und als Transformation (Streckung) der natürlichen Exponentialfunktion identifiziert werden. Als Anwendung werden Wachstumsprozesse auch mit natürlichen Exponentialfunktionen beschrieben. Weiterführend werden auch begrenzte Wachstumsprozesse betrachtet. Der Vergleich unterschiedlicher Modellierungen (linear, quadratisch, exponentiell und begrenzt) führt zu einer kritischen Auseinandersetzung mit der Modellbildung. Die zugrundeliegenden Annahmen und Grenzen der Modelle sind der Ausgangspunkt, um Verbesserungen der Modellierung zum Beispiel durch abschnittsweise Kombination verschiedener Wachstumsmodelle herbeizuführen. Die Kettenregel für Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen im Exponenten kann graphisch mithilfe der bekannten Zusammenhänge beim Transformieren von Funktionsgraphen entdeckt werden	**1** Wiederholung: Exponentialfunktionen **2** Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung **3** Ableitung transformierter Exponentialfunktionen **4** Exponentielles Wachstum **5** Begrenztes Wachstum **6** Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
	nen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen (…)	Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen, Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der An-gemessenheit, Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichts-beiträgen, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV IV - LK **Weitere Funktionen** **25 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (…) Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an (9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-2 unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,	In diesem Unterrichtsvorhaben werden die noch fehlenden Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel hergeleitet. Die Vorstellung des Ableitens als lokale lineare Approximation wird dabei mithilfe eines MMS aufgegriffen. Die Ableitungsregeln können zunächst als Vermutungen für die Ableitungen von Produkten von ganzrationalen Funktionen bzw. für einfache Verkettungen (z.B. Potenz einer ganzrationalen Funktion) aufgestellt und durch Ausmultiplizieren und Anwenden der bereits bekannten Ableitungsregeln überprüft werden. Mindestens eine der neuen Ableitungsregeln soll bewiesen werden. An dieser Stelle sind Differenzierungen z.B. durch Einsatz eines Beweispuzzles oder Beurteilungen von vorgelegten Argumentationsketten möglich. Mithilfe der neu gewonnenen Ableitungsregeln werden schließlich zusammengesetzte Funktionen (auch mit Exponentialfunktionen und Sinus- / Kosinusfunktionen) untersucht und in unterschiedlichen innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben eingesetzt. Dabei werden auch Funktionsscharen betrachtet. Vorgelegte Stammfunktionen werden nachgewiesen und verwendet. Neben rechnerischen Zugängen werden außerdem Eigenschaften von Funktionen als Argumente zur Lösung von Aufgaben verwendet. Im letzten Unterrichtsvorhaben zur Analysis werden die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben gebündelt und an komplexeren Situationen sowohl bei innermathematischen Problemstellungen als auch bei Aufgaben mit Anwendungsbezug geübt und vertieft.	**Kapitel IV** **1** Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion **2** Produktregel **3** Verkettung von Funktionen **4** Kettenregel **5** Zusammengesetzte Funktionen untersuchen **6** Zusammengesetzte Funktionen im Kontext

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-11 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum … – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen	Anhand der Volumina von Körpern (einfache geometrische Grundkörper, Gefäße, Zeppelin, …), die sich durch Rotation eines Graphen um die x-Achse beschreiben lassen, werden verschiedene Aspekte der Differential- und Integralrechnung vernetzt und vertieft: • Aufstellen der Randfunktion mit Definitionsbereich (Vernetzung mit Steckbriefaufgaben) • Integralvorstellung (Kreisscheiben, Grenzwertprozess) • Nachweis / Bildung von Stammfunktionen • Berechnung von bestimmten Integralen Anschließend werden Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamentenkonzentration, Fieber, Pflanzenwuchs…), in den Blick genommen und mithilfe von Produkten und Verkettungen von Funktionen modelliert. Dabei ergeben sich Fragen, bei denen aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamtbestand bzw. -effekt geschlossen wird. In geeigneten Kontexten werden uneigentliche Integrale als Grenzwert der jeweils zugehörigen Integralfunktion eingeführt und bestimmt. In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch periodische Prozesse (z.B. Sonnenscheindauer, akustische Signale) betrachtet, bei denen Sinus- und Kosinusfunktionen mit anderen Funktionen verknüpft werden. Integrale von zusammengesetzten Funktionen, Exponentialfunktionen und Sinusfunktionen werden in diesem Unterrichtsvorhaben mit einem MMS oder mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnet.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV V - LK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel V**
Vektoren, Geraden und Winkel **15 UE**	(2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Darstellen geometrischer Situationen im Raum Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,	Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist jedoch die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dieses wird am Beispiel der Kräftezerlegung (z.B. Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten beim Schlittenziehen) veranschaulicht. Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS führt zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Anknüpfend an Unterrichtsvorhaben in der EF werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.	**1** Wiederholung: Geraden und Lagebeziehungen **2** Skalarprodukt – zueinander orthogonale Vektoren **3** Winkel und Schnittwinkel

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen auszunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben **Zeitraum**	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwar-tungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug** **Lambacher Schweizer QP**
UV VI - LK **Ebenen** **25 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. (1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum… – Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells. Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten	Die Koordinatenform $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ kann anknüpfend an Geradengleichungen $a \cdot x + b \cdot y = d$ in der Ebene durch Erweitern um eine Variable eingeführt werden. Zur Erkundung soll eine Visualisierung mit einem MMS dienen, bei der die Achsenabschnitte $a_i = d/n_i$ (für $n_i \neq 0$) ins Spiel kommen, die in der Achsenabschnittsform $\frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 1$ auftreten. Diese Form bietet den Vorteil, eindeutig zu sein, und erlaubt es, die Lage der Ebene im Koordinatensystem zeichnerisch darzustellen. Die Schnittpunktberechnung (Durchstoßpunkt) zwischen Geraden und Ebenen ist mit der Koordinatenform besonders einfach, wenn ein allgemeiner Punkt der Gerade (parametrisierte Punktmenge) in die Koordinatenform eingesetzt wird. Die Achsenabschnittsberechnung ordnet sich dabei als Spezialfall ein. Auch Spurgeraden in den Hauptebenen werden mit dem Einsetzungsprinzip ermittelt. Die Notation mithilfe des eingeführten Skalarproduktes $-\vec{n} \cdot \vec{x} = d$ führt zur Deutung von $\vec{n}$ als Nor- malenvektor, der senkrecht auf der Ebene steht. Der Einfluss von d, mit dem sich die Ebene paral- lel verschieben lässt, wird erkundet. Um eine Gleichung einer Ebene aus drei Punkten aufzu- stellen, soll dies dem Prinzip einer Steckbriefauf- gabe folgend mit einem 3x3-Gleichungssystem durch Einsetzen der drei Punkte in die Gleichung $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ erfolgen, wobei d als Parameter im MMS mitläuft oder $d = 1$ (in Sonderfällen $d = 0$) gesetzt werden kann.	**Kapitel VI** **1** Der Gauß-Algorithmus **2** Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme **3** Ebenen im Raum – die Parameterform **4** Koordinatenform und Normalenvektor **5** Schnittpunkte und Schnittwinkel **6** Geometrische Objekte im Raum

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungs-wege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus Pro-13 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung, Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	Als Kontext für die anschließend zu thematisierende Parameterform einer Ebene dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus der EF wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Der Übergang zur Koordinatenform erfolgt als Alternative zum „Steckbriefverfahren“ auch durch die Bestimmung eines Normalenvektors mithilfe eines unterbestimmten 2x3-Gleichungssystems. Ein explizites Arbeiten mit der Normalenform soll aber nur im Rahmen einer Differenzierung erfolgen. Der umgekehrte Übergang von der Koordinatenform zur Parameterform kann über drei Punkte (z.B. die Achsenabschnitte) bewerkstelligt werden, oder indem zwei (zu $\vec{n}$ orthogonale) Spannvektoren der Ebene aus Gleichungen des Typs $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n_2 \\ n_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ gewonnen werden. Ein Normalenvektor kann mit einem MMS auch mithilfe des Vektorprodukts berechnet werden. In diesem Unterrichtsvorhaben werden algorithmische Lösungsverfahrens für lineare Gleichungssysteme schwerpunktmäßig behandelt. Lineare Gleichungssysteme wurden bei den „Steckbriefaufgaben“ ebenfalls benötigt, dort sollten aber algorithmische Lösungsverfahren keinen Schwerpunkt bilden	

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV VII - LK **Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen** **30 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. (4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen (11) führen Spiegelungen an Ebenen durch (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-System (MMS) zum… – Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern, – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum, Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Ope-14 reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu,	Die Abstandsbestimmung erweitert sowohl die Beschreibung von Lagebeziehungen als auch die Schnittmengenproblematik. Bei Ebenen wurden Abstandsbestimmungen bereits im Unterrichtsvorhaben VI mit der Hesse-Normalenform behandelt. Am Beispiel des Vorbeifluges eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen, insbesondere ein Lösungsweg mit den Mitteln der Analysis. Die Mittel der Analysis lassen sich auch nutzen, um im Anschluss den minimalen Abstand zweier Flugobjekte mithilfe eines MMS zu bestimmen. Im Unterschied dazu knüpft die Abstandsberechnung von Flugbahnen an die Untersuchung von Lagebeziehungen von Geraden aus dem Unterrichtsvorhaben der EF an. Ihre Berechnung kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten - insbesondere unter Einschluss von Hilfsebenen - genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nicht. Geometrische Körper, wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder, bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle) auf eine Ebene, insbesondere eine Grundebene, werden berechnet. Der Einsatz eines MMS bietet	**Kapitel VII** **1** Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen **2** Abstand eines Punktes von einer Ebene **3** Abstand eines Punktes von einer Geraden **4** Abstand zwischen Geraden **5** Abstandsberechnungen bei Anwendungsaufgaben

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen, Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Pro-13 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente,	hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung. Durch Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) wird die Frage nach einer systematischen Untersuchung von Spiegelungen an Ebenen evoziert. Dabei wird das Verfahren der Lotfußpunktbestimmung mit Hilfe eines Normalenvektors wiederaufgegriffen, wobei in der Spiegelungsebene die Schattenbilder erneut auftreten. Abstandsbestimmungen von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es, die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Im Rahmen der Untersuchung geometrischer Körper werden Winkel zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmt. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen. Die Parameterform von Ebenen hat ihren Einsatz vor allem da, wo es um die Frage geht, ob ein Durchstoßpunkt einer Geraden (z.B. ein Lotfußpunkt, Schattenpunkt) eine bestimmte Fläche trifft oder außerhalb dieser liegt. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Dokumentation von Lösungswegen gelegt. Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung" und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten. In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösungen mit prozessbezogenen Zielen verbunden: 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-11 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent Kom-10 konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter, Kom-13 vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität. Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen	beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug MMS zurückgreifen und dessen Grenzen ausloten. Bei aufwendigeren Problemen soll dieser Teil der Lösung bewusst ausgeklammert werden. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar auf das Abitur vorbereitet. Vernetzung: Das Unterrichtsvorhaben knüpft sehr eng an das Unterrichtsvorhaben Geometrie aus der EF an. Insbesondere ist eine integrierende Wiederholung der Lagebeziehungen von Geraden und ihrer Bestimmung vorzusehen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung (EF) bietet sich durchgehend an und sollte unter der Maxime einer möglichst großen Lösungsvielfalt und als Chance zur Binnendifferenzierung nicht fehlen. Beim Berechnen von Flächen und Volumina werden, wo möglich, auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Vertiefend ist hier auch der Einsatz des Vektorproduktes möglich.	

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV VIII - LK **Statistik und Wahrscheinlichkeit** **30 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \backslash B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten (8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit (9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum… – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation,	Anhand von Glücksspielen und Zufallsexperimenten, die von den Lernenden selbst durchgeführt werden, werden die grundlegenden Inhalte der Stochastik aus der SI wiederholt, vertieft und die Fachbegriffe gefestigt. Dabei werden zur Modellierung von Wirklichkeit auch Simulationen – zumeist unter Verwendung eines MMS – geplant und durchgeführt (Gesetz der großen Zahlen). Zur Beschreibung von Ereignissen werden die Mengenschreibweisen eingeführt und angewendet. Die aus der Sekundarstufe I bekannten Vierfeldertafeln und Baumdiagramme werden im Kontext von zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung sowie zur Überprüfung von Teilvorgängen auf stochastische Unabhängigkeit eingesetzt. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge und dem Umgang mit Mengenschreibweisen ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Die Erarbeitung erfolgt im Rahmen von sinnstiftenden Kontexten, wie Zufallsantworten bei sensitiven Fragen und Diagnosetests für Krankheiten (z.B. Corona-Test). Anhand verschiedener Glücksspiele wird der Begriff der (diskreten) Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.	**Kapitel VIII** **1** Wiederholung: Wahrscheinlichkeit **2** Verknüpfung von Ereignissen **3** Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit **4** Simulation von Zufallsexperimenten **5** Daten erheben und mit Kenngrößen beurteilen **6** Zufallsgrößen - Erwartungswert - Standardabweichung

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
	(11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen	Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichts-beiträgen, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus	Analog zur Betrachtung der Kenngrößen bei empirischen Häufigkeitsverteilungen werden der Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung einer diskreten Zufallsgröße definiert und im Sachkontext angewendet. Auch hierbei wird ein MMS zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung des hilfsmittelfreien Rechnens verwendet.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV IX - LK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel IX**
Binomial-verteilung **25 UE**	(6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel (12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können (13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung (14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen (15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normal-verteilten Zufallsgrößen, Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung	Urnenmodelle werden zunächst verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Durch die Fokussierung auf lediglich zwei mögliche Ergebnisse („Erfolg“ oder „Misserfolg“) wird der Begriff des Bernoulli-Experiments eingeführt. Durch einen Vergleich mit dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells Bernoullikette jeweils eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Das Vorliegen einer Bernoullikette soll dabei explizit begründet werden und in einzelnen Fällen einer Modellkritik unterzogen werden. Zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden Histogramme genutzt. Die Werte der Binomialverteilung, insbesondere der kumulierten Binomialverteilung, werden in der Regel mithilfe eines MMS berechnet. Hilfsmittelfreie Zugänge sind jedoch in Einzelfällen unter anderem durch Betrachtung von Komplementärereignissen möglich.:	**1** Bernoulli-Experimente – Binomialverteilung **2** Binomialkoeffizienten **3** Erwartungswert und Histogramm **4** Kumulierte Wahrscheinlichkeiten **5** Standardabweichung **6** Probleme lösen mit der Binomialverteilung

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen,	Das Summenzeichen wird als Schreibweise bei den kumulierten Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung eingeführt. Eine Visualisierung der Binomialverteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung eines MMS. Anhand derartiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden der Erwartungswert und die Standardabweichung einer Binomialverteilung hergeleitet. Eine Möglichkeit zur Herleitung der Standardabweichung ist, mithilfe eines MMS bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma^2 = n \cdot p \cdot 1 - p)$. In verschiedenen Anwendungszusammenhängen werden sodann Problemstellungen mit binomialverteilten Zufallsgrößen untersucht, die jeweils eine Berechnung der Parameter k, p oder n verlangen. Mit dem Erwartungswert lässt sich auch der Begriff eines „fairen“ Spiels aufgreifen. Die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit wird bewusst als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit interpretiert. Die Genauigkeit dieser Schätzung steigt mit dem Stichprobenumfang. In einem Sachkontext wird das Konzept der σ-Umgebungen exemplarisch behandelt.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV X - LK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel X**
Normalverteilung - Konfidenzintervalle **25 UE**	(16) ermitteln mithilfe der σ-Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext (17) ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit) (18) schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab (19) unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion (20) untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (21) beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve")	Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern, - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten und im Leistungskurs auch normal-verteilten Zufallsgrößen, - Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs, Ope-14 reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge, Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen, Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit,	Ausgehend von der Modellierung einer Sachsituation (z.B. Wahrscheinlichkeit von Retouren im Onlinehandel; Glücksrad auf einer schiefen Ebene; Eichgewicht bei Lebensmittelverpackungen) mit einer Binomialverteilung, deren Trefferwahrscheinlichkeit p unbekannt ist, stellt sich die Frage nach der Schätzung der unbekannten Trefferwahrscheinlichkeit. Eine erste Annäherung erfolgt durch die Punktschätzung der relativen Häufigkeit in einer Stichprobe (Rückschluss auf die Gesamtheit). Um zu einer Intervallschätzung zu kommen, werden zunächst mithilfe eines MMS von der Trefferwahrscheinlichkeit p abhängige 95%-Prognoseintervalle in einem Ellipsendiagramm dargestellt, deren Randfunktionen durch $h_{\pm}$ mit $h_{\pm}(p) = p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}$ beschrieben werden. Mithilfe dieser Darstellung kann für eine relative Häufigkeit in einer Stichprobe ein Intervall von Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, das mit dieser Stichprobe „verträglich" ist. Dieses Intervall wird als Konfidenzintervall bezeichnet (Rückschluss auf die Gesamtheit). Um Konfidenzintervalle für andere relative Häufigkeiten, Sicherheitswahrscheinlichkeiten (Konfidenzniveaus) und Stichprobengrößen zu ermitteln, werden die Grenzen von Konfidenzintervallen auch rechnerisch mithilfe eines MMS bestimmt. Gegen Ende des Unterrichtsvorhabens wird auch die Mindestgröße n einer Stichprobe zu einer vorgegebenen Länge eines Konfidenzintervalls abgeschätzt.	**1** Die Sigmaregeln **2** Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten **3** Konfidenzintervalle **4** Stichprobenumfang schätzen **5** Die Normalverteilung I

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
		Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Ta-belle, experimentelle Verfahren), Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen auszunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen	Weitere Kontexte: Politbarometer; Corona-Schnelltests, auf deren Beipackzetteln oft Konfidenzintervalle angegeben sind Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dazu bietet sich an, zunächst mit einem MMS die Häufigkeiten der Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln zu simulieren, wobei in der graphischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich des Mittelwerts und der Standardabweichung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang, beispielsweise bei der Untersuchung des Abstandes der Wurftreffer zum Mittelpunkt einer Dartscheibe oder der Länge zufällig ausgewählter Schrauben. Hervorzuheben ist im Unterricht, dass es sich bei Normalverteilungen um Wahrscheinlichkeitsverteilungen von stetigen Zufallsgrößen handelt, im Unterschied zu den bislang behandelten diskreten Zufallsgrößen. Da auf dem MMS (und auch auf dem WTR) Normalverteilungen einprogrammiert sind, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. LK-A3).	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungs-bezogenen Zusammenhängen Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen	Die Visualisierung und Berechnung von Flächen bzw. Wahrscheinlichkeiten erfolgt mithilfe eines MMS. Der Einsatz des MMS wird zum Anlass genommen, festzustellen, dass es sich bei der Dichtefunktion einer Normalverteilung („Gauß'sche Glockenkurve") um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion („Gauß'sche Integralfunktion") kein Term angegeben werden kann. Vernetzung*:* Zur Vernetzung mit Aspekten der Analysis (Grenzwertbetrachtung, Integralrechnung) bietet sich der Bezug zu uneigentlichen Integralen an.	

Klasse 12/13 (Qualifikationsphase)

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben (GK)

Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Fortsetzung der Differenzialrechnung* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) **Zeitbedarf**: 27 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema**: *Integralrechnung* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung **Zeitbedarf**: 24 Std.	*Unterrichtsvorhaben III:* **Thema**: *Exponentialfunktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ **Zeitbedarf**: 21 Std.
Unterrichtsvorhaben IV: **Thema**: *Weitere Funktionen* **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$ • Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) **Zeitbedarf**: 18 Std.	*Unterrichtsvorhaben V:* **Thema**: *Vektoren, Geraden und Winkel* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte** • Vektoroperation: Skalarprodukt • Schnittwinkel: Geraden **Zeitbedarf:**15 Std.	*Unterrichtsvorhaben VI:* **Thema**: *Ebenen* **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor • Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen • Schnittpunkte: Geraden und Ebenen • Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 21 Std.

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption		
<u>*Unterrichtsvorhaben VII:*</u> **Thema**: *Statistik und Wahrscheinlichkeit* **Inhaltsfeld**: Stochastik **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen **Zeitbedarf**: 30 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VIII:*</u> **Thema**: *Binomialverteilung* **Inhaltsfeld**: Stochastik **Inhaltliche Schwerpunkte:** • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen • Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme **Zeitbedarf: GK:** 21 Std.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben (Klasse 12/13 (Qualifikationsphase))

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV I - GK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel I**
Fortsetzung der Differentialrechnung **27 UE**	**Funktionen und Analysis** (1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, (…) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen (…) sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ (…) (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (…)	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit	Als Einstieg bei Extremwertproblemen hat sich z.B. die Optimierung einer offenen Schachtel, die aus einem DIN-A4-Papier gefaltet wird, bewährt. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen bei Optimierungsproblemen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege entwickeln. In diesem Rahmen werden grundlegende Inhalte der Einführungsphase integrierend wiederholt. An mindestens einem Problem im Sachzusammenhang entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Mindestens ein Verpackungsproblem (optimale Verpackung) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. In diesen Kontexten entstehen auch Zielfunktionen, die nicht rein ganzrational sind. In diesem Zusammenhang entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$. Komplexere Funktionen können mithilfe eines MMS untersucht werden. Anschließend wird als Exkurs exemplarisch die Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs als Umkehrfunktion betrachtet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten mit und ohne Anwendungsbezug werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkte auf dem Graphen, Symmetrien, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) lineare Gleichungssysteme für	**3** Wiederholung: Funktionen untersuchen **8** Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen **9** Ganzrationale Funktionen bestimmen **10** Funktionen mit Parametern untersuchen **11** Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion **12** Potenzfunktionen ableiten

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

		Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung, Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent.	die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, die Angemessenheit der Modellierung zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Aufgaben im Anwendungskontext, die Anschlussbedingungen (z.B. knickfrei, ruckfrei) berücksichtigen, lassen sich zum Beispiel bei der Trassierung von Bahngleisen/Straßen finden. Durch die Wahl geeigneter Modellierungen, z.B. Anstieg des Meeresspiegels, können auch Themen aus dem Kontext Bildung für nachhaltige Entwicklung in diesem Unterrichtsvorhaben integriert werden. Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, ein MMS zunächst als Blackbox zum Lösen von linearen Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen zum Zweck der Validierung zu verwenden. Anknüpfend an die Einführungsphase werden in innermathematischen Situationen und in unterschiedlichen Kontexten (z.B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) ganzrationale Funktionen mit Parametern aufgestellt und mithilfe eines MMS untersucht. Hierbei können die Inhalte der Analysis aus der EF aufgegriffen und vertieft werden. Ein MMS wird zum Variieren von Parametern aber auch zum Lösen von Gleichungen mit Parametern verstärkt genutzt.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV II - GK **Integral-rechnung** **24 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. **Funktionen und Analysis** (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung (11) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe (12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion (14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs (15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wenden ihn an (16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen (17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen (18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern),	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Ausgehend von der Rekonstruktion eines Bestandes beziehungsweise der Flächeninhaltsfunktion und der Definition des Integrals wird der Begriff der Integralfunktion Ia für einen Anfangswert a erschlossen. Die Vermutung, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion ist, wird durch geometrisch-anschauliche Überlegungen begründet und damit der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aufgestellt. Die Bedeutung des Hauptsatzes und seine Anwendung werden in verschiedenen Kontexten vertieft. Die Regeln zum Ermitteln von Funktionstermen von Stammfunktionen werden für ganzrationale Funktionen von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbständig erarbeitet. Die gewonnenen Erkenntnisse werden auf weitere innermathematische bzw. anwendungsorientierte Situationen übertragen, die auch Flächen zwischen Funktionsgraphen umfassen. Bei geeigneten Problemstellungen werden die Intervalladditivität und Linearität des Integrals thematisiert. Geeignete Problemstellungen werden in diesem Unterrichtsvorhaben auch ohne Hilfsmittel bearbeitet.	**Kapitel II** **8** Rekonstruktion einer Größe **9** Das Integral **10** Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung **11** Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen **12** Integral und Flächeninhalt

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

	(19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen	Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-13 benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-2 unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-10 konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte, Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, Kom-13 vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.		

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV III - GK	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel III**
Exponentialfunktionen **21 UE**	**Funktionen und Analysis** (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (…), der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (…) der natürlichen Exponentialfunktion (…) (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion (f'=f) (10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen, Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Ope-14 reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge, Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells	Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer wiederholenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Mit einem MMS entdecken die Lernenden die Proportionalität der Änderungsrate zum Bestand. Anschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich für die Eulersche Zahl als Basis der Proportionalitätsfaktor eins bzw. die Übereinstimmung von Funktion und Ableitungsfunktion. Mithilfe des natürlichen Logarithmus können nun allgemeine Exponentialfunktionen geschrieben werden in der Form $f(x) = a \cdot e^{\ln(q) \cdot x}$ und als Transformation (Streckung) der natürlichen Exponentialfunktion identifiziert werden. Als Anwendung werden Wachstumsprozesse auch mit natürlichen Exponentialfunktionen beschrieben. Weiterführend werden auch begrenzte Wachstumsprozesse betrachtet. Der Vergleich unterschiedlicher Modellierungen (linear, quadratisch, exponentiell und begrenzt) führt zu einer kritischen Auseinandersetzung mit der Modellbildung. Die zugrundeliegenden Annahmen und Grenzen der Modelle sind der Ausgangspunkt, um Verbesserungen der Modellierung zum Beispiel durch abschnittsweise Kombination verschiedener Wachstumsmodelle herbeizuführen. Die Kettenregel für Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen im Exponenten kann graphisch mithilfe der bekannten Zusammenhänge	**7** Wiederholung: Exponentialfunktionen **8** Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung **9** Ableitung transformierter Exponentialfunktionen **10** Exponentielles Wachstum **11** Begrenztes Wachstum

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
		Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-14 variieren und verallgemeinern Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.	beim Transformieren von Funktionsgraphen entdeckt werden.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV IV - GK **Weitere Funktionen** **18 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. **Funktionen und Analysis** (2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (…) der Sinus- und Kosinusfunktion, sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und wenden die Produktregel an (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung (8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mit-hilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-6 führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-7 nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen, Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Arg-2 unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele,	In diesem Unterrichtsvorhaben wird die noch fehlende Produktregel hergeleitet. Dazu können zunächst Vermutungen für die Ableitungen von Produkten von ganzrationalen Funktionen aufgestellt und durch Ausmultiplizieren und Anwenden der bereits bekannten Ableitungsregeln überprüft werden. Vorgelegte Argumentationsketten werden erläutert, beurteilt und für den Beweis der Produktregel genutzt. Mithilfe der neu gewonnen Ableitungsregeln werden schließlich in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen betrachtet und in unterschiedlichen innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben verwendet. Dabei ist es mithilfe eines MMS oder mithilfe von vorgegebenen Ableitungen auch möglich, weitere Verkettungen von ganzrationalen Funktionen mit Exponentialfunktionen zu betrachten. Vorgelegte Stammfunktionen werden nachgewiesen und verwendet. Neben rechnerischen Zugängen werden außerdem Eigenschaften von Funktionen als Argumente zur Lösung von Aufgaben verwendet. Im letzten Unterrichtsvorhaben zur Analysis werden die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben gebündelt und an komplexeren Situationen sowohl bei innermathematischen Problemstellungen als auch bei Aufgaben mit Anwendungsbezug geübt und vertieft. Anschließend werden Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamentenkonzentration, Fieber, Pflanzenwuchs…), in den Blick genommen und mithilfe von Produkten und Verkettungen von Funktionen modelliert. Dabei ergeben sich Fragen, bei denen	**Kapitel IV** **5** Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion **6** Produktregel **7** Zusammengesetzte Funktionen untersuchen **8** Zusammengesetzte Funktionen im Kontext

		Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-10 beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-11 ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-12 beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen.	aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamtbestand bzw. -effekt geschlossen wird. Integrale von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen können in diesem Unterrichtsvorhaben mit einem MMS oder mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnet werden. In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch periodische Prozesse (z.B. Sonnenscheindauer, akustische Signale) untersucht, bei denen Sinus- und Kosinusfunktionen abgeleitet und mit anderen Funktionen verknüpft werden.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben **Zeitraum**	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug** **Lambacher Schweizer QP**
UV V - GK **Vektoren, Geraden und Winkel** **15 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. **Analytische Geometrie und Lineare Algebra** (2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-9 verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Darstellen geometrischer Situationen im Raum Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-11 analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Arg-1 stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-9 erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-13 überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen	Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist jedoch die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dieses wird am Beispiel der Kräftezerlegung (z.B. Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten beim Schlittenziehen) veranschaulicht. Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS führt zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Anknüpfend an Unterrichtsvorhaben in der EF werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.	**Kapitel V** **4** Wiederholung: Geraden und Lagebeziehungen **5** Skalarprodukt – zueinander orthogonale Vektoren **6** Winkel und Schnittwinkel

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben **Zeitraum**	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug** **Lambacher Schweizer QP**
UV VI - GK **Ebenen** **21 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. **Analytische Geometrie und Lineare Algebra** (2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor) (4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells. Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungs-wege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus. Arg-3 präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen,	Die Koordinatenform $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ kann anknüpfend an Geradengleichungen $a \cdot x + b \cdot y = d$ in der Ebene durch Erweitern um eine Variable eingeführt werden. Zur Erkundung soll eine Visualisierung mit einem MMS dienen, bei der die Achsenabschnitte $a_i = d/n_i$ (für $n_i \neq 0$) ins Spiel kommen, die in der Achsenabschnittsform $\frac{x1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 1$ auftreten. Diese Form bietet den Vorteil, eindeutig zu sein, und erlaubt es, die Lage der Ebene im Koordinatensystem zeichnerisch darzustellen. Die Schnittpunktberechnung (Durchstoßpunkt) zwischen Geraden und Ebenen ist mit der Koordinatenform besonders einfach, wenn ein allgemeiner Punkt der Gerade (parametrisierte Punktmenge) in die Koordinatenform eingesetzt wird. Die Achsenabschnittsberechnung ordnet sich dabei als Spezialfall ein. Auch Spurgeraden in den Hauptebenen werden mit dem Einsetzungsprinzip ermittelt. Die Notation mithilfe des eingeführten Skalarproduktes -$\vec{n} \cdot \vec{x} = d$ führt zur Deutung von $\vec{n}$ als Nor- malenvektor, der senkrecht auf der Ebene steht. Der Einfluss von d, mit dem sich die Ebene paral- lel verschieben lässt, wird erkundet. Um eine Gleichung einer Ebene aus drei Punkten aufzu- stellen, soll dies dem Prinzip einer Steckbriefauf- gabe folgend mit einem 3x3-Gleichungssystem durch Einsetzen der drei Punkte in die Gleichung $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ erfolgen, wobei d als Parameter im MMS mitläuft oder $d = 1$ (in Sonderfällen $d = 0$) gesetzt werden kann.	**Kapitel VI** **1** Der Gauß-Algorithmus **2** Ebenen im Raum – die Parameterform **3** Koordinatenform und Normalenvektor **4** Schnittpunkte und Schnittwinkel **5** Geometrische Objekte im Raum

		Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen. Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.	Als Kontext für die anschließend zu thematisierende Parameterform einer Ebene dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus der EF wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Der Übergang zur Koordinatenform erfolgt als Alternative zum „Steckbriefverfahren“ auch durch die Bestimmung eines Normalenvektors mithilfe eines unterbestimmten 2x3-Gleichungssystems. Ein explizites Arbeiten mit der Normalenform soll aber nur im Rahmen einer Differenzierung erfolgen. Der umgekehrte Übergang von der Koordinatenform zur Parameterform kann über drei Punkte (z.B. die Achsenabschnitte) bewerkstelligt werden, oder indem zwei (zu $\vec{n}$ orthogonale) Spannvektoren der Ebene aus Gleichungen des Typs $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n_2 \\ n_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ gewonnen werden. Ein Normalenvektor kann mit einem MMS auch mithilfe des Vektorprodukts berechnet werden. In diesem Unterrichtsvorhaben werden algorithmische Lösungsverfahrens für lineare Gleichungssysteme schwerpunktmäßig behandelt. Lineare Gleichungssysteme wurden bei den „Steckbriefaufgaben“ ebenfalls benötigt, dort sollten aber algorithmische Lösungsverfahren keinen Schwerpunkt bilden.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	**Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen**	**Prozessbezogene Kompetenzerwartungen**	**Absprachen und Empfehlungen**	**Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP**
UV VII - GK **Statistik und Wahrscheinlichkeit** **30 UE**	Die Schülerinnen und Schüler….	Die Schülerinnen und Schüler….		**Kapitel VIII**
	Stochastik (1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A\backslash B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten (8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit (9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum… – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation,	Anhand von Glücksspielen und Zufallsexperimenten, die von den Lernenden selbst durchgeführt werden, werden die grundlegenden Inhalte der Stochastik aus der SI wiederholt, vertieft und die Fachbegriffe gefestigt. Dabei werden zur Modellierung von Wirklichkeit auch Simulationen – zumeist unter Verwendung eines MMS – geplant und durchgeführt (Gesetz der großen Zahlen). Zur Beschreibung von Ereignissen werden die Mengenschreibweisen eingeführt und angewendet. Die aus der Sekundarstufe I bekannten Vierfeldertafeln und Baumdiagramme werden im Kontext von zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung sowie zur Überprüfung von Teilvorgängen auf stochastische Unabhängigkeit eingesetzt. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge und dem Umgang mit Mengenschreibweisen ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Die Erarbeitung erfolgt im Rahmen von sinnstiftenden Kontexten, wie Zufallsantworten bei sensitiven Fragen und Diagnosetests für Krankheiten (z.B. Corona-Test). Anhand verschiedener Glücksspiele wird der Begriff der (diskreten) Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.	**7** Wiederholung: Wahrscheinlichkeit **8** Verknüpfung von Ereignissen **9** Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit **10** Simulation von Zufallsexperimenten **11** Daten erheben und mit Kenngrößen beurteilen **12** Zufallsgrößen - Erwartungswert - Standardabweichung

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption				
	(10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen (11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen	Pro-3 wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen, Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus.	Analog zur Betrachtung der Kenngrößen bei empirischen Häufigkeitsverteilungen werden der Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung einer diskreten Zufallsgröße definiert und im Sachkontext angewendet. Auch hierbei wird ein MMS zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung des hilfsmittelfreien Rechnens verwendet.	

Das Fach Mathematik – Unterrichtskonzeption

Unterrichts-vorhaben Zeitraum	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen	Absprachen und Empfehlungen	Lehrbuchbezug Lambacher Schweizer QP
UV VIII - GK **Binomial-verteilung** **21 UE**	Die Schülerinnen und Schüler…. Stochastik (11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können (12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung (13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen (14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler…. Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum… – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten (…) Zufallsgrößen Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen	Urnenmodelle werden zunächst verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Durch die Fokussierung auf lediglich zwei mögliche Ergebnisse („Erfolg“ oder „Misserfolg“) wird der Begriff des Bernoulli-Experiments eingeführt. Durch einen Vergleich mit dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells Bernoullikette jeweils eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Das Vorliegen einer Bernoullikette soll dabei explizit begründet werden und in einzelnen Fällen einer Modellkritik unterzogen werden. Zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden Histogramme genutzt. Die Werte der Binomialverteilung, insbesondere der kumulierten Binomialverteilung, werden in der Regel mithilfe eines MMS berechnet. Hilfsmittelfreie Zugänge sind jedoch in Einzelfällen unter anderem durch Betrachtung von Komplementärereignissen möglich.:	**Kapitel IX** **3** Bernoulli-Experimente – Binomialverteilung **7** Erwartungswert und Histogramm **8** Kumulierte Wahrscheinlichkeiten **9** Standardabweichung **10** Probleme lösen mit der Binomialverteilung

		Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.	Das Summenzeichen wird als Schreibweise bei den kumulierten Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung eingeführt. Eine Visualisierung der Binomialverteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung eines MMS. Anhand derartiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden der Erwartungswert und die Standardabweichung einer Binomialverteilung hergeleitet. Eine Möglichkeit zur Herleitung der Standardabweichung ist, mithilfe eines MMS bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma^2 = n \cdot p \cdot 1 - p$). In verschiedenen Anwendungszusammenhängen werden sodann Problemstellungen mit binomialverteilten Zufallsgrößen untersucht, die jeweils eine Berechnung der Parameter k, p oder n verlangen. Mit dem Erwartungswert lässt sich auch der Begriff eines „fairen“ Spiels aufgreifen. Die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit wird bewusst als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit interpretiert. Die Genauigkeit dieser Schätzung steigt mit dem Stichprobenumfang. In einem Sachkontext wird das Konzept der σ-Umgebungen exemplarisch behandelt.	